

# Sol Ventrikül Anatomisinin İncelenmesinde Yeni Bir Yaklaşım: Matematik Modelleme

## A NEW APPROACH FOR INVESTIGATION OF LEFT VENTRICULAR ANATOMY: MATHEMATICAL MODELLING

Dr. Nilgün Ulusoy Bozbuğa, Dr. Esat Akıncı, \*Dr. Kayıhan Şahinoğlu, \*\* Dr. Lale Akarun, Dr. Cevat Yakut

Koşuyolu Kalp Eğitim ve Araştırma Hastanesi, Kalp ve Damar Cerrahisi Kliniği, İstanbul

\* İstanbul Üniversitesi Tıp Fakültesi, Anatomi Ana Bilim Dalı, İstanbul

\*\* Boğaziçi Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, Bilgisayar Mühendisliği Bölümü, İstanbul

### Özet

**Amaç:** Sol ventrikülün anatomik özelliklerinin matematik modelleme yöntemi kullanılarak incelenmesi ve geometrik yapısının çözümlenmesi, klinik araştırmalara yardımcı bir yöntem olarak geliştirilmektedir.

**Materyal ve Metod:** Bu çalışmada formol ile fikse edilmiş 18 erişkin kadavra kalbi kullanılmıştır. Çalışmaya alınan kadavra kalplerinin bilgisayarlı tomografi ve manyetik rezonans yöntemleri ile elde edilen görüntülerinden ve silikon kullanılarak alınan kalıplarından, kalp boşluk ve duvar yapılarına ait bilgisayar verileri çözümlenmiş ve bu veriler ile implisit polinomlar kullanılarak 3-boyutlu sol ventrikül matematik modellemesi oluşturulmuştur. Sol ventrikül kitle-hacim ilişkisini belirleyen ölçütler ve sol ventrikül modeli matematiksel olarak saptanmıştır.

**Bulgular:** Dördüncü, altıncı ve sekizinci dereceden cebirsel denklemlerle elde edilen matematik modellemelerin sol ventrikül geometrisini yansıtmakta uygun oldukları görülmüştür. Onuncu dereceden modelleme ise geometrik yapının yanı sıra sol ventriküle ait oluşumları da (papiller kaslar) göstermekte daha başarılı bulunmuştur.

**Sonuç:** Bu araştırmadan elde edilen matematiksel modelleme yönergeleri, sol ventrikül patolojilerine yönelik düzeltim girişimleri sırasında bilgisayar ortamında sol ventrikül konfigürasyonunun oluşturulmasında kaynak olarak kullanılabilir.

**Anahtar kelimeler:** Sol ventrikül, matematik modelleme, kardiyak anatomi

Türk Göğüs Kalp Damar Cer Derg 2001;9:201-204

### Summary

**Background:** Evaluation and analysis of the geometric structure and anatomical features of the left ventricle using mathematical modelling methods have been developed as an adjuvant method for clinical experiments.

**Methods:** In this study, the morphological effects of geometry and dimensions of the left ventricle were examined using of 18 adult hearts from fixed cadavers by formaldehyde who had expired due to noncardiac causes. The computerized tomographic and magnetic resonance images and also silicon molds of the cadaveric hearts included in this study were analysed and a 3-dimensional left ventricular mathematical modelling was constituted using the data analysis with implicit polinomas. The left ventricle mass-volume relations and geometry have been determining mathematically.

**Results:** The forth, sixth and eighth degree mathematical modellings which were obtained from algebraic equations were found to be suitable for reflecting the left ventricular geometry. Whereas the tenth degree modelling was found more successful to demonsrate not only the geometrical features of the left ventricle but also the structures (papillary muscles) relating to the left ventricle.

**Conclusion:** The obtaining mathematical modelling instructions from this research will be based upon to determine computed data and be adapted to the corrective procedures of left ventricle pathologies and be accepted reference for reconstructing of left ventricular configuration.

**Keywords:** Left ventricle, mathematical modelling, cardiac anatomy

Turkish J Thorac Cardiovasc Surg 2001;9:201-204

### Giriş

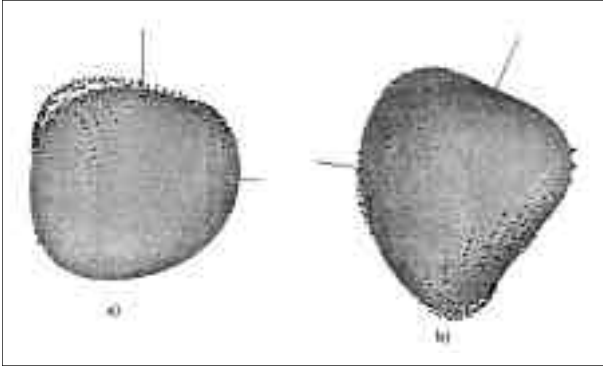
Bir süreç veya sistemin davranışı denklemler aracılığı ile matematiksel olarak modellenebilir [1,2]. Soyut matematik yöntemler bilim dallarına uyarlandığında somut sonuçlar türetilir. Kardiyak geometri bilgisayar ortamında üç boyutlu

modelleme yapılarak gerçeğe en yakın biçimde ortaya konulabilir [3,4]. Yapay kalp tasarımlarının temelinde matematik modellemeler yer almaktadır. Sol ventrikülün işlevsel anatomik özelliklerinin matematik modelleme yöntemi kullanılarak incelenmesi ve geometrik yapısının çözümlenmesi, klinik araştırmalara yardımcı bir yöntem olarak geliştirilmektedir [5].

**Sunulduğu Kongre:** VI. Göğüs Kalp ve Damar Cerrahisi Kongresi, 21-25 Ekim 2000, Antalya

**Adres:** Dr. Nilgün Bozbuğa, Koşuyolu Kalp Eğitim ve Araştırma Hastanesi, 81020, Kadıköy, İstanbul

**e-mail:** kosuyolu@superonline.com



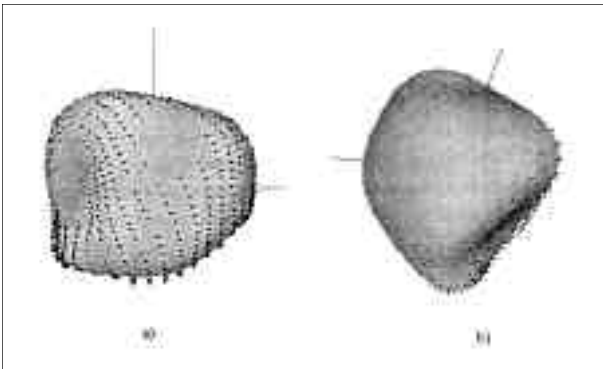
**Şekil 1.** Dördüncü dereceden implisit polinomlarla elde edilen 3-boyutlu sol ventrikül modeli.

Bu çalışmada amaç, sol ventrikül geometrik anatomisini belirleyen matematik denklemlerden sol ventriküle yönelik cerrahi girişimlerde yararlanılabilecek matematiksel modellemeler oluşturmaktır.

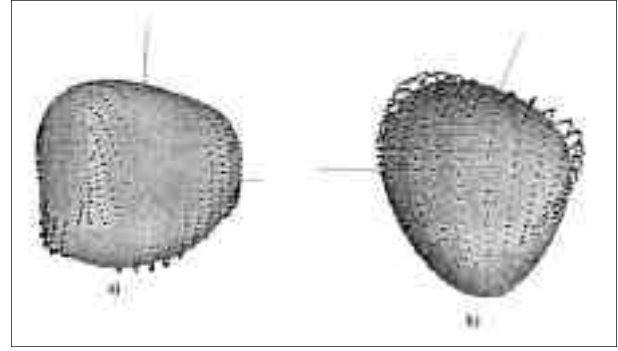
## Materyal ve Metod

Koşuyolu Kalp Eğitim ve Araştırma Hastanesi Kardiyovasküler Cerrahi Kliniği, Boğaziçi Üniversitesi Bilgisayar Mühendisliği Bölümü ve İstanbul Üniversitesi İstanbul Tıp Fakültesi Anatomi Anabilim Dalı tarafından yürütülen ortak çalışmada formol ile fikse edilmiş, kardiyak patolojisi bulunmayan 18 erişkin kadavra kalbi kullanılmıştır. Kadavra kalplerinden sıvı silikon ile kalıp çıkartılarak geometrik modelleri elde edilmiştir. Bu modelden üç boyutlu bir lazer sayısallaştırıcı ile veri alınmış ve konik modelleme denemesi için bu veri kullanılmıştır.

Çalışmaya alınan kadavra kalpleri bilgisayarlı tomografi (BT) [6] ve manyetik rezonans (MR) görüntüleme yöntemleri ile incelenmiştir. Kadavra kalpleri üzerinde MR görüntüleme işlemi 1.5T Siemens (Symphony) MR cihazı kullanılarak SPGR (Flash T1) sekans ile 5 mm kalınlığında kesitler alınarak yapılmıştır. Kesitlerden sol ventrikülün kavitesi ve duvar yapılarına ait görüntüler JPEG format çözülmesi yöntemi ile saklanmış ve Silicon Graphics (Virtioza) bilgisayar donanımı ile IRIX 6.2 yazılımı kullanılarak işlenmiştir. Elde



**Şekil 3.** Sekizinci dereceden implisit polinomlarla elde edilen 3-boyutlu sol ventrikül modeli.



**Şekil 2.** Altıncı dereceden implisit polinomlarla elde edilen 3-boyutlu sol ventrikül modeli.

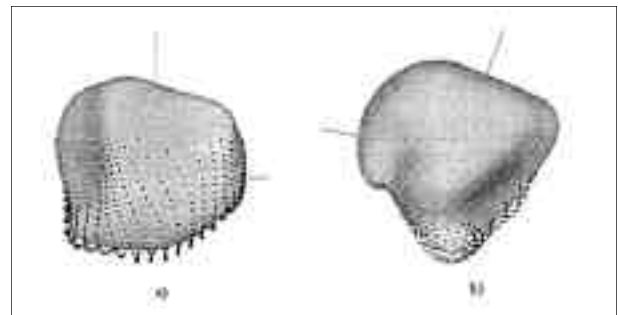
edilen verilerden implisit polinomlar ile değişik derecelerde çok bilinmeyenli cebirsel denklemler kurularak 3-boyutlu modelleme oluşturulmuştur.

### Matematik modelleme

Eğer yüzey dağınık değil ve kapalı ise 3-boyutlu Öklid uzantıları kullanılarak düzey setleri oluşturulabilir [7]. Diğer düzey seti oluşturma teknikleri genellikle üç boyutlu uzayda başarılı olamadıkları için hesaplanmasının karmaşıklığına rağmen 3-boyutlu Öklid uzaklık dönüşümü tercih edilmektedir. Düzey seti oluşturmada amaç, veri setini oluşturan noktalara ve veri setinden belli bir açıklıkta olan düzey seti noktalarına teğet bir düzlem oluşturmaktır [8]. Böylece bu yüzeye dik olan bir ışın takip edilerek veri setinden belirlenen uzaklıkta bulunan düzey seti oluşturulabilir. Bu işlem karmaşık olduğu için, basit ve içbükey şekiller için daha basit yöntemler kullanılabilir. Bu çalışmada veri setinin içinde olduğu bilinen bir nokta belirlenmiş ve bu referans noktasını veri noktaları ile birleştiren ışın düzey setini oluşturmak için doğrultu saptanmıştır.

Üç-boyutlu implisit polinomlara, daha önce belirtilen Öklid dönüşümleri uygulanarak implisit polinomların istenen şekilde yönlendirilmeleri sağlanmış, daha sonra da düzlemlerle kesiştirilerek iki boyutlu kesit polinomlar elde edilmiştir. Bu aşamada implisit polinomların sol ventrikül geometrik anatomisini yansıtmada başarılı olduğu gözlenmiştir. İmplicit polinomlardan elde edilen işlemler dizgesinden sol ventrikülün üç boyutlu gösterimi elde edilmiştir.

Çalışmanın bu aşamasında, çalışmaya alınan kadavra



**Şekil 4.** Onuncu dereceden implisit polinomlarla elde edilen 3-boyutlu sol ventrikül modeli.

kalplerinin bilgisayarlı tomografi ve manyetik rezonans yöntemleri ile elde edilen görüntülerinden ve silikon kullanılarak alınan kalıplarından elde edilen verilerden implisit polinomlar ile dördüncü, altıncı, sekizinci ve onuncu dereceden çok bilinmeyenli cebirsel denklemler kurularak matematik modelleme yapılmıştır (Şekil 1-4). Her dereceden kurulan denklemler dizisinin integral açılımı, sol ventrikül içini yansıtan üç boyutlu bir cisim ortaya koymaktadır. Bu yöntemle elde edilecek modelin, sol ventriküle yönelik cerrahi tedavinin planlanması aşamasında yapılacak girişimi bilgisayar ortamında ekrandaki örnek üzerinde deneme yöntemi olarak kullanımı için gerekli görüntüleme modülleri oluşturulmaya çalışılmıştır.

## Bulgular

Dördüncü, altıncı ve sekizinci dereceden cebirsel modellemelerin sol ventrikül geometrisini yansıtmakta uygun oldukları görülmüştür. Onuncu dereceden modelleme geometrik yapının yanı sıra sol ventriküle ait oluşumları da (papiller kaslar) göstermekte daha başarılı bulunmuştur. Denklemlerin üs dereceleri arttıkça, parametreler de arttığı için, üçüncü üs dereceli bir denklemin karşılığı basit bir koni iken, onuncu üs dereceli bir denklemin karşılığı sol ventrikül anatomisine yaklaşık benzerlik gösteren bir konidir. Buna karşın bu derecedeki modellemeler çok fazla hesaplama gerektirmektedir. Onuncu dereceden implisit polinom için denklem 256 bilinmeyen kullanılarak kurgulanmaktadır.

## Tartışma

Matematik değişmezler, nesnelere göre belirlenen ve koordinat sistemi ile değişmeyen değerler olmaları nedeni ile nesne tanımada önem taşırlar [9,10]. Matematik modellemeler, tüm biyomedikal bilim dallarında olduğu gibi kardiyovasküler cerrahi teknoloji alanında da son yıllarda başarı ile uygulanmaktadır. Bu alanda ilk çalışma, 1990'da üretilen mekanik kalp protezlerinin insanlarda kullanılmadan önce teknik denetimlerinin matematik modellemeler üzerinde yapılmasıdır [11].

Matematik modelleme kalp biyomekaniği ve geometrik yapısının temsil edilmesinde de kullanılabilir. Kalbin 3-boyutlu görüntüleme çalışmalarından elde edilen matematik modellemeler, kalp cerrahisi girişimlerine uyarlanabilir. Sol ventrikülün boyut ve eksenlerindeki patolojik değişimler kateterizasyon ve anjiyografi, ekokardiyografi ve MR görüntüleme yöntemleri ile değerlendirilir. Dinamik bir organ olan kalbin değerlendirilmesinde 3-boyutlu görünümüne zaman değişkeni de eklenmektedir. Bu açıdan sol ventrikül geometrisini belirlemede kadavra üzerinde yapılan çalışmalar, değişkenleri zamandan bağımsız olarak verebilme şansı yaratır. Sol ventrikül fonksiyonlarının değerlendirilmesinde temel noktalardan biri geometrik özelliklerinin belirlenmesidir [12]. Laplace Yasası  $T = P \times R / 2H$  eşitliğini simgeler ( $T$  = duvar gerilimi,  $P$  = kavite basıncı,  $H$  = duvar kalınlığı). Laplace yasası gereği sol ventrikül çap artışı, kavite basıncının sabitlenebilmesi için duvar geriliminin artmasına, dolayısı ile miyokardiyal  $O_2$  tüketiminin artmasına yol açacaktır. Kardiyak kitle ve çap ilişkisi bozulduğunda kardiyak dilatasyon ve sonrasında da kalp yetmezliği gelişecektir [13]. Frank-Starling eğrisi sol ventrikül geometrisinin normal olduğu koşullarda

geçerli olmaktadır. Sol ventrikül çaplarında genişleme ve sferik distansiyon kardiyak dekompanzasyona yol açmaktadır [14]. Dilate kardiyomyopati (KMP) geliştiğinde kardiyak transplantasyon dışında tedavi seçenekleri arasında, vazodilatör tedavi ile duvar gerilimini veya sol ventrikül çapını azaltmak bulunmaktadır. Sol ventrikülün eliptik modellemesi ile fonksiyonel düzelme sağlanabilmesi deneysel olarak gösterilmiştir [15]. Konik form, sol ventrikül fonksiyonları açısından temel niteliklerden biridir [16,17]. Sol ventrikülün geometrik anatomisinin konik formunu yeniden oluşturmaya yönelik olarak modellenmesi ile sistol sonu esneklik ve diyastolik kompliyans değerlerinin düzeldiği, sol ventrikül diyastol sonu volümünün azaldığı, atım volümünün arttığı simülasyon çalışmaları ile kanıtlanmıştır [18,19]. Frank-Starling yasası gereği sol ventrikül geometrisini yeniden oluşturmaya yönelik anatomik düzeltme girişimi (parsiyel sol ventrikül rezeksiyonu) görüşü savunulmaktadır. Sol ventrikül diyastol sonu çapı 70 mm'yi geçen, NYHA IV fonksiyonel kapasitedeki KMP'lerde Laplace yasası mantığı ile ventrikül boyutlarının işlevsel düzeyde küçültülmesi için parsiyel sol ventriküektomi (PSV) yapılmaktadır. Parsiyel sol ventrikülotomi ilk kez Batista tarafından uygulanmıştır [20]. Batista ve arkadaşları ejeksiyon fraksiyonu %20'nin altında olan 120 olgudan oluşan PSV serilerinde, %22 oranında mortalite ve %55 oranında 2 yıllık sağ-kalım oranı yayınlamışlardır. Preoperatif NYHAIVfonksiyonel kapasitede olan hastaların PSV sonrasında NYHA I (%57) ve II (%33) fonksiyonel kapasitede yer aldıkları bildirilmiştir.

İdiyopatik dilate KMP'lerde PSV endikasyonu için kriterler klinik (preoperatif fonksiyonel kapasite, mitral yetmezlik), histolojik (miyosit boyutu, miyokardiyal fibrozisin derecesi, ventrikül elastik yapısı) ve geometrik (sol ventrikül sistolik ve diyastolik ölçüm değerleri) parametrelerden oluşur. Hasta seçiminde, hücresel düzeyde fonksiyon kaybı gelişmeden önce girişimin yapılması önerilmektedir [21]. Semi-kantitatif inceleme sonucu miyokardiyal fibrozis ve ileri miyokardiyal hipertrofi gelişen olgularda PSV sonrası daha kötü bir prognoz beklenmektedir.

Multivaryant analiz sonucu, PSV sonrası erken postoperatif dönemde makroanatomik kriterler arasında sol ventrikülün sistolik geometrisi majör prognostik faktör olarak belirlenmiştir [22]. Sol ventrikül sistolik geometrisi, majör/minör çap oranı ve sistol sonu çevresel gerilim ile bağlantılı bulunmuştur. PSV sonuçları üzerinde etkili olan diğer özellikler septumun, papiller kasların, mitral kapak ve sağ ventrikülün durumudur [23]. Papiller kasların konumu PSV girişimini sınırlar [24,25]. Mitral yetmezlik gelişme riskinden dolayı papiller kasların arasında uzanan sol ventrikül duvarının rezeksiyonundan ve papiller kasların reimplantasyonundan kaçınılmalıdır [20,26]. Matematik modelleme sol ventriküle yönelik rekonstrüktif cerrahi girişimler için uyarlanabilir. Kalbin 3-boyutlu görüntüleme çalışmalarından elde edilen verilerle oluşturulan bu yöntem ile sol ventrikülü etkileyen patolojilerde, normal geometrik yapıdan sapmalar cebirsel değişimler olarak ifade edilebilecektir. Bu çalıştırmadan elde edilecek matematik modelleme yönergeleri, sol ventrikül patolojilerine yönelik düzeltim girişimleri için bilgisayar ortamında konfigürasyon oluşturulmasında kriter alınabilir. Matematiksel çözümleme ile sol ventrikül parsiyel rezeksiyonlarından sonra fonksiyonel düzelme ve erken postoperatif yetmezlik mekanizmalarının daha iyi anlaşılması sağlanabilir.

## Açıklama

Boğaziçi Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü öğretim üyelerine ve Dr. Taner Eskiile matematik modelleme işlemlerinin gerçekleştirilmesinde değerli katkıları ve Sonomed Tıbbi Görüntüleme Merkezi ve Laboratuvarı'na kadavra kalplerinin MR görüntülemesi işleminde yardımları için teşekkürlerimizi sunarız.

## Kaynaklar

1. McLean AR. Mathematical modelling of effectiveness. Dev Biol Stand 1998;95:225-33.
2. Aszodi A, Munro RE, Taylor WR. Distance geometry based cooperative modelling. Fold Des 1997;2:S3-6.
3. Nielsen PMF, Le Grice IJ, Smaill BH, Hunter PJ. Mathematical model of geometry and fibrous structure of the heart. Am J Physiol 1991;260:H1365-78.
4. Czegledy FP, Katz J. A new geometric description of the right ventricle. J Biomed Eng 1993;15:387-91.
5. Bozbuğa NU, Akarun L, Akıncı E, Şahinoğlu K, Öztürk A, Yakut C. Kalp-damar cerrahisinde matematik modellemenin yeri. Klinik Gelişim 1999;12:776-9.
6. Mochizuki T, Murase K, Higashino H, et al. Two and three dimensional CT ventriculography: A new application of helical CT. Am J Roentgenol 2000;174:203-8.
7. Lei Z, Cooper DB. Linear programming fitting of implicit polynomials. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 1996;20:212-7.
8. Keren D. Using Symbolic Computation to Find Algebraic Invariants. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 1994;16:1143-9.
9. Taubin G, Cuikerman S, Sullivan J, Ponce J, Kiergman DJ. Parametrized families of polynomials for bounded algebraic curve and surface fitting. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 1994;16:287-303.
10. Umasuthan M, Wallace A. A comparative analysis of algorithms for fitting planar curves and surfaces defined by implicit polynomials. In: Fisher R, ed. Design and Application of Curves and Surfaces, Oxford: Clarendon Press, 1994.
11. Idelsohn S, Costa L, Ponso R. A cooperative computational study of blood flows through prosthetic heart valves using the finite element method. J Biomed Eng 1990;12:419-24.
12. Markhasin VS, Katsnelson LB, Nikitina LV, Protsenko P. Mathematical modelling of the contribution of mechanical inhomogeneity in the myocardium to contractile function. Gen Physiol Biophys 1997;16:101-37.
13. Guccione JM, Moonly SM, Moustakidis P, et al. Mechanism underlying mechanical dysfunction in the border zone of ventricular aneurysm: A finite element model study. Ann Thorac Surg 2001;71:654-62.
14. Costa KD, Hunter PJ, Wayne JS, Waldman LK, Guccione JM, McCulloch AD. A three-dimensional finite element method for large elastic deformation of ventricular myocardium: II. Prolate spheroidal coordinates. J Biomech Eng 1996;118:464-72.

$$\begin{aligned} f_n(x, y, z) &= \sum_{i+j+k \leq n} a_{ijk} x^i y^j z^k \\ &= \underbrace{a_{000}}_{H_0} + \underbrace{a_{000}x + a_{000}y + a_{000}z}_{H_1} \\ &\quad + \underbrace{a_{000}x^2 + a_{000}xy + a_{000}xz + a_{000}y^2 + a_{000}yz + a_{000}z^2}_{H_2} \\ &\quad + \dots + \underbrace{a_{000}x^n + \dots + a_{000}y^n + \dots + a_{000}z^n}_{H_n} \\ &= \sum_{r=0}^n H_r(x, y, z) = 0 \end{aligned}$$

**Ek 1.** 3 boyutta n'inci dereceden implicit polinom ifadesi.

15. Baretta R, Mizuno A, Buckberg, GD, Child JS. Batista procedure: Elliptical modeling against spherical distention. Eur J Cardiothorac Surg 2000;17:52-7.
16. Bozbuğa N, Şahinoğlu K, Öztürk A, ve ark. Sol ventrikül fonksiyonel anatomisi ile geometrisinin ilişkilendirilmesi. Morfoloji Dergisi 1999;6:40-3.
17. Guccione JM, McCulloch AD, Waldman LK. Passive material properties of intact ventricular myocardium determined from a cylindrical model. J Biomech Eng 1991;113:42-55.
18. Ratcliffe MB, Hong J, Salahieh A, Ruch S, Wallace AW. The effect of ventricular volume reduction surgery in dilated, poorly contractile left ventricle: A simple finite element analysis. J Thorac Cardiovasc Surg 1998;116:566-77.
19. Popovic Z, Miric M, Gradinac S, Neskovic AN, Bojic M, Popovic AD. Partial left ventriculectomy improves left ventricular end systolic elastance in patients with idiopathic dilated cardiomyopathy. Heart 2000;83:316-9.
20. Batista RJ, Verde J, Nery P, et al. Partial left ventriculectomy to treat end-stage heart disease. Ann Thorac Surg 1997;64:634-8.
21. Frazier OH, Gradinac S, Segura AM, et al. Partial left ventriculectomy: Which patients can be expected to benefit? Ann Thorac Surg 2000;69:1836-41.
22. Popovic Z, Miric M, Neskovic AN, et al. Functional capacity late after partial left ventriculectomy: Relation to ventricular geometry and performance. Eur J Cardiothorac Surg 2001;19:61-7.
23. Gorcsan J, Feldman AM, Kormos RL, Mandarino WA, Demetris AJ, Batista RJ. Heterogeneous immediate effects of partial left ventriculectomy on cardiac performance. Circulation 1998;97:839-42.
24. Bozbuğa N, Şahinoğlu K, Arı Z, et al. Importance of the subvalvular apparatus for left ventricular functional anatomy. Okajimas Folia Anatomica Japonicum 1999;75:323-8.
25. Gradinac S. Functional capacity late after partial left ventriculectomy: Relation to ventricular geometry and performance. Eur J Cardiothorac Surg 2001;19: 61-7.
26. Cury PM, Higuchi MdL, Gutierrez PS, et al. Autopsy findings in early and late postoperative death after partial left ventriculectomy. Ann Thorac Surg 2000;69:769-73.